Vraag	Antwoord	Scores

Wortelgrafiek en parabool

1 maximumscore 4

- Voor het randpunt van de grafiek van f geldt ($2x+6=0$, dus) $x=-3$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt: voor de top van de grafiek van g geldt $x=-3$ — 1
- Zowel de y-coördinaat van het randpunt van de grafiek van f als de y-coördinaat van de top van de grafiek van g is 0 — 1
- Conclusie: de top van de grafiek van g is hetzelfde punt als het randpunt van de grafiek van f — 1

2 maximumscore 5

- $\sqrt{2x+6}=4$ geeft $2x+6=16$ — 1
- Dus $x_C=5$ — 1
- Een exacte berekening met als resultaat de oplossingen van de vergelijking $x^2+6x+9=4$ — 1
- Dit geeft $x_B=-1$ — 1
- De afstand BC is 6 — 1

3 maximumscore 5

- $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{2x+6}}\cdot 2$ — 2
- $f'(15)=\dfrac{1}{6}$ — 1
- (De vergelijking van m kan worden herleid tot $y=-6x-27$, dus) de richtingscoëfficiënt van m is -6 — 1
- $rc_l \cdot rc_m = \frac{1}{6}\cdot -6=-1$ (dus l en m staan loodrecht op elkaar) — 1

Opmerking
Als in het eerste antwoordelement de kettingregel is gebruikt, maar niet correct, mag voor dit antwoordelement hoogstens 1 scorepunt worden toegekend op basis van vakspecifieke regel 1.

Zonsopkomst en zonsondergang

4 maximumscore 4

- De evenwichtsstand van de grafiek volgens de zomertijd is $\frac{8,00+5,62}{2}=6,81$ — 1
- Dus $p=(6,81-1=)5,81$ — 1
- $q=8,00-6,81=1,19$ (of $6,81-5,62=1,19$) — 1
- (Een mogelijke waarde voor) r is $341-\frac{3}{4}\cdot 365=67,25$ — 1

5 maximumscore 4

- Het maximum van de verschilfunctie $N(t)-P(t)$ met gehele t-waarden moet worden bepaald — 1
- Beschrijven hoe dit maximum bij een gehele t-waarde met behulp van de GR kan worden bepaald — 1
- Dit geeft: het maximum (voor $t=172$) is $16,7749...$ — 1
- Dit komt overeen met 16 uur en 46 minuten — 1

Opmerkingen

– *Als is gerekend met het verschil van het maximum 22,11 van N en het minimum 5,30 van P, dan mogen voor deze vraag maximaal 2 scorepunten worden toegekend.*

– *Als niet is gerekend met gehele t-waarden, dan mogen voor deze vraag maximaal 3 scorepunten worden toegekend.*

Door het snijpunt

6 maximumscore 7

- De x-coördinaat van het midden van A en O is -3 1
- De y-coördinaat van P is $f(-3)=11\frac{1}{4}$ 1
- $f(x)=\frac{1}{4}x(x-2)(x+6)=\frac{1}{4}x^3+x^2-3x$ 1
- $f'(x)=\frac{3}{4}x^2+2x-3$ 1
- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek van f in P is $f'(-3)=-2\frac{1}{4}$ 1
- Een exacte berekening met als resultaat een vergelijking van de raaklijn door P: $y=-2\frac{1}{4}x+4\frac{1}{2}$ 1
- $y=-2\frac{1}{4}x+4\frac{1}{2}=0$ geeft $x=2$ (dus de raaklijn gaat door B) 1

of

- De x-coördinaat van het midden van A en O is -3 1
- De y-coördinaat van P is $f(-3)=11\frac{1}{4}$ 1
- $f(x)=\frac{1}{4}x(x-2)(x+6)=\frac{1}{4}x^3+x^2-3x$ 1
- $f'(x)=\frac{3}{4}x^2+2x-3$ 1
- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek van f in P is $f'(-3)=-2\frac{1}{4}$ 1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door P en B is $\dfrac{0-11\frac{1}{4}}{2--3}=-2\frac{1}{4}$ 1
- Omdat beide richtingscoëfficiënten gelijk zijn, gaat de raaklijn door B 1

Borstcrawl

7 maximumscore 6

- Voor de snelheid van Ian geldt $105 = 500 \cdot 0,2 \cdot 0,35 \cdot v^2$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Dit geeft $v = 1,732...$ (m/s) 1
- De zwemtijd van Ian is $\frac{100}{1,732...} = 57,735...$ (seconden) 1
- De snelheid van Samy moet $\frac{100}{57,735... - 0,5} = 1,747...$ (m/s) worden 1
- De gevraagde handkracht is $500 \cdot 0,21 \cdot 0,33 \cdot 1,747...^2$ $(= 105,7...)$, dus 106 (N) 1

8 maximumscore 3

- Een voorbeeld van een goed antwoord is: bij de bovenste lijn geeft een bepaalde handkracht een hogere snelheid dan bij de onderste lijn, dus de bovenste lijn hoort bij de zwemmer met de betere techniek 1
- Aflezen van een punt op de bovenste lijn, bijvoorbeeld (60; 1,8) 1
- De waarde van C van de zwemmer met de betere techniek is $\frac{60}{500 \cdot 0,2 \cdot 1,8} = 0,33$ 1

of

- Een voorbeeld van een goed antwoord is: bij de bovenste lijn geeft een bepaalde handkracht een hogere snelheid dan bij de onderste lijn, dus de bovenste lijn hoort bij de zwemmer met de betere techniek 1
- Bepalen van de richtingscoëfficiënt van de bovenste lijn geeft 0,03 1
- (De richtingscoëfficiënt van de lijn is $\frac{\Delta v^2}{\Delta F} = \frac{1}{100C}$, dus) de waarde van C van de zwemmer met de betere techniek is $\frac{1}{100 \cdot 0,03} = 0,33$ 1

Opmerking
Als met het afgelezen punt (of de afgelezen punten) op de doorgetrokken grafiek correct wordt gerekend met als eindantwoord 0,32 of 0,34, dan mogen het tweede en derde scorepunt worden toegekend.

Twee logaritmische functies

9 maximumscore 6

- Uit $\log(x) = 2 - \log(x+10)$ volgt $\log(x(x+10)) = 2$ (of $\log(x) = \log(10^2) - \log(x+10) = \log\left(\frac{100}{x+10}\right)$) 1
- Dit geeft $x(x+10) = 100$ 1
- Hieruit volgt $x^2 + 10x - 100 = 0$ 1
- De discriminant van deze vergelijking is $D = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot -100 = 500$ 1
- Dit geeft $x = -5 + \frac{1}{2}\sqrt{500}$ ($x = -5 - \frac{1}{2}\sqrt{500}$ voldoet niet) (dus de x-coördinaat van punt A is gelijk aan $-5 + \frac{1}{2}\sqrt{500}$) 1
- Het eindantwoord $0 < x < -5 + \frac{1}{2}\sqrt{500}$ 1

10 maximumscore 4

- De verschuiving 10 naar links 1
- De vermenigvuldiging ten opzichte van de x-as met -1 (of de spiegeling in de x-as) en de verschuiving 2 naar boven 2
- Een volgorde van deze drie transformaties waarbij de vermenigvuldiging voor de verticale verschuiving wordt toegepast 1

of

- De verschuiving 10 naar links 1
- De verschuiving 2 naar beneden en de vermenigvuldiging ten opzichte van de x-as met -1 (of de spiegeling in de x-as) 2
- Een volgorde van deze drie transformaties waarbij de vermenigvuldiging na de verticale verschuiving wordt toegepast 1

Opmerking
Voor het tweede antwoordelement van beide antwoordalternatieven mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

11 maximumscore 6

- $2 - \log(0+10) = 1$ (dus $B(0,1)$) 1
- Een toelichting waaruit volgt dat $x = 90$ de oplossing is van $2 - \log(x+10) = 0$ (dus $C(90,0)$) 1
- De richtingscoëfficiënt van l is $\left(\frac{0-1}{90-0} =\right) -\frac{1}{90}$ 1
- Een vergelijking van l is $y = -\frac{1}{90}x + 1$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\log(x) = -\frac{1}{90}x + 1$ kan worden opgelost 1
- De coördinaten van D zijn $x = 8{,}12$ en $y = 0{,}91$ 1

12 **maximumscore 3**

- Beschrijven hoe met de GR de helling in een punt op de grafiek van f kan worden benaderd 1
- De hellingen van twee punten op de grafiek van f waarvan de ene x-coördinaat 7 keer zo groot is als de andere x-coördinaat, bijvoorbeeld de helling in het punt met x-coördinaat 1 is 0,434… en de helling in het punt met x-coördinaat 7 is 0,062… 1
- Delen van de kleinste helling door de grootste helling geeft het antwoord 0,14 1

of

- Beschrijven hoe op de GR de afgeleide functie kan worden ingevoerd 1
- In deze afgeleide moet met de helling bij x en bij $7x$ worden gewerkt 1
- Het antwoord is $\frac{f'(7x)}{f'(x)} = 0{,}14$ 1

Rondom exponentiële grafieken

13 maximumscore 3

- $2^x = \left(\sqrt{2}\right)^{x^2-x}$ herleiden tot ($2^x = (2^{\frac{1}{2}})^{x^2-x}$, dus) $2^x = 2^{\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x}$ — 1
- Dit geeft $x = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x$, dus $\frac{1}{2}x^2 - 1\frac{1}{2}x = 0$ — 1
- Hieruit volgt $\frac{1}{2}x(x-3) = 0$, dus $x = 0$ of $x = 3$ (en dus zijn A en B de enige snijpunten) — 1

of

- $2^x = \left(\sqrt{2}\right)^{x^2-x}$ herleiden tot ($2^x = (2^{\frac{1}{2}})^{x^2-x}$, dus) $2^x = 2^{\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x}$ — 1
- Dit geeft $x = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x$, dus een kwadratische vergelijking — 1
- Een kwadratische vergelijking heeft maximaal twee oplossingen, dus de twee gegeven oplossingen zijn de enige oplossingen (en dus zijn A en B de enige snijpunten) — 1

14 maximumscore 5

- Het middelpunt van c_1 is $((\frac{0+3}{2}, \frac{1+8}{2}) =)(1\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2})$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt dat de straal van c_1 $\frac{1}{2}\sqrt{58}$ (of $\sqrt{\frac{58}{4}}$) is — 1
- Het inzicht dat, als de oppervlakte van c_1 3 keer zo groot wordt, de straal van c_1 $\sqrt{3}$ keer zo groot wordt (of een berekening met als resultaat dat de oppervlakte van c_2 gelijk is aan $43\frac{1}{2}\pi$) — 1
- De straal van c_2 is $\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{58} = \sqrt{43\frac{1}{2}}$ (of het kwadraat van de straal van c_2 is $43\frac{1}{2}$) — 1
- Een vergelijking van c_2 is $(x-1\frac{1}{2})^2 + (y-4\frac{1}{2})^2 = 43\frac{1}{2}$ — 1

Vuurtorens

15 maximumscore 5

- Het inzicht dat met de rechthoekige driehoek *OPP’* kan worden gewerkt, waarbij *P* het punt is waar de lijn van de vaarroute de cirkel snijdt en *P’* de loodrechte projectie is van *P* op de kustlijn 2
- In deze driehoek is $OP = 11$ en $PP' = 9$ 1
- De stelling van Pythagoras geeft $OP' = \sqrt{11^2 - 9^2} = \sqrt{40}$ $(= 6{,}3...)$ 1
- Het schip moet nog $20 - 6{,}3... = 13{,}6...$ (km) varen, dus het eindantwoord is 14 (km) 1

of

- De keuze van een geschikt assenstelsel, bijvoorbeeld met *O* als oorsprong en de kust als horizontale as 1
- Een vergelijking van de cirkel is dan $x^2 + y^2 = 11^2$ 1
- Het inzicht dat de *x*-coördinaat van een snijpunt van de lijn met vergelijking $y = (-)9$ en de cirkel met vergelijking $x^2 + y^2 = 11^2$ moet worden berekend 1
- Dit geeft $x^2 = 40$ en dus $x = (-)\sqrt{40}$ $(= (-)6{,}3...)$ 1
- Het schip moet nog $20 - 6{,}3... = 13{,}6...$ (km) varen, dus het eindantwoord is 14 (km) 1

Vraag	Antwoord	Scores

16 **maximumscore 4**

- Er geldt $\angle BAT = (180° - 90° - 52° =)38°$
  (of $\angle ABT = (180° - 90° - 65° =)25°$) 1
- De sinusregel in driehoek ATB geeft: $\dfrac{14}{\sin(52° + 65°)} = \dfrac{BT}{\sin(38°)}$
  (of: $\dfrac{14}{\sin(52° + 65°)} = \dfrac{AT}{\sin(25°)}$) 1
- Hieruit volgt $BT = 9,67...$ (of: $AT = 6,64...$) 1
- $d(T, \text{kustlijn}) = 9,67... \cdot \cos(65°)$, dus de gevraagde afstand is 4,1 (km)
  (of: $d(T, \text{kustlijn}) = 6,64... \cdot \cos(52°)$, dus de gevraagde afstand is 4,1 (km)) 1

of

- Met T' de loodrechte projectie van T op de kustlijn geldt
  $\tan(52°) = \dfrac{AT'}{TT'}$ geeft $AT' = TT' \cdot \tan(52°)$ en $\tan(65°) = \dfrac{BT'}{TT'}$ geeft
  $BT' = TT' \cdot \tan(65°)$ 1
- ($AB = AT' + BT' = 14$ geeft) $TT' \cdot \tan(52°) + TT' \cdot \tan(65°) = 14$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- De gevraagde afstand TT' is 4,1 (km) 1

of

- Indien in figuur 2 een assenstelsel wordt aangebracht met A als oorsprong en de kust als horizontale as, dan is $y = -\tan(38°) \cdot x$ een vergelijking van de lijn door A en T 1
- Een vergelijking van de lijn door B en T is dan $y = \tan(25°) \cdot (x - 14)$,
  dus voor de x-coördinaat van T geldt $-\tan(38°) \cdot x = \tan(25°) \cdot (x - 14)$ 1
- Beschrijven hoe de y-coördinaat van T kan worden gevonden 1
- (De y-coördinaat van T is -4,1, dus) de gevraagde afstand is 4,1 (km) 1

Bronvermeldingen

Borstcrawl	
foto	Shutterstock ID: 315583541
Overige figuren	Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling, 2024